

Regelblatt – Brüche, Multiplikation und Kürzen von Brüchen (Seite 1 / 6)

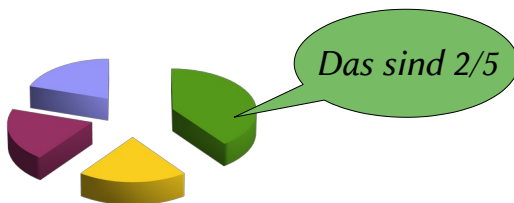
Multiplikation mit Brüchen

Möchtest du nun einen Bruch mit einer **ganzen Zahl** multiplizieren, so schreibst du diese Zahl einfach mitsamt Malpunkt in den Zähler des Bruchs und rechnest ihn dann aus.

Beispiel:

$$2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 1}{5} = \frac{2}{5}$$

Um wieder die „Pizza“-Form zu nehmen:



Du kannst dir aber auch beliebige andere Zahlen ausdenken, z. B. das Folgende:

Beispiel:

$$2 \cdot \frac{3}{4}$$


Und was heißt das nun? Rechnen wir es aus!

$$2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{4} = \frac{6}{4}$$

Du bekommst also insgesamt 6 Viertel-„Pizza“-Stücke. (Nun denn, es ist gottseidank nur ein Rechen-Beispiel und nicht Wirklichkeit ...)

Achte nun auf Folgendes: 6 Viertel sind mehr als nur eine einzige „Pizza“. Es ist mehr als 1. Wären es 4 Viertel, dann wäre es genau eine „Pizza“, also 1. Würdest du nur 3 Viertel bekommen, dann wäre es weniger als 1.

Regelblatt – Brüche, Multiplikation und Kürzen von Brüchen (Seite 2 / 6)

 Merke dir nun diese wichtige Erkenntnis:

Wenn du die Zahl im Zähler größer machst, dann wird der Bruch wirklich **größer!**

Wenn du aber die Zahl im Nenner größer machst, dann wird der Bruch **kleiner!**

Warum ist das so? Ganz einfach: 1 Viertel ist einfach weniger als 1 Drittel!

$$\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$$

Obwohl eben die Zahl 4 größer als 3 ist. Das musst du dir wirklich gut merken ...

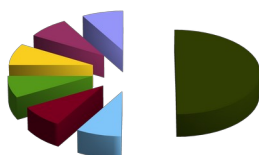
Alles klar? Dann weiter:

Möchtest du **zwei Brüche** miteinander multiplizieren, dann gibt es da ein ganz einfaches Rezept: verbinde die beiden Bruchstriche miteinander und setze den Malpunkt sowohl im Zähler als auch im Nenner dazwischen.

Beispiel:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{6}{12}$$

Das ist auch nicht schwer. Obwohl ... was 6 Zwölftel sind, das kannst du dir vielleicht nicht sofort klar vorstellen. Es müsste wohl so aussehen:



Links sind 6 einzelne Zwölftel-Stücke. Rechts auch, allerdings so zusammengeschoben, dass es ein einziges Sechs-Zwölftel-Stück ergibt.

Fällt dir dabei was auf?

Regelblatt – Brüche, Multiplikation und Kürzen von Brüchen (Seite 3 / 6)

Na klar! Das ist ja nichts anderes als die Hälfte, oder? Mathematisch ausgedrückt:

$$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Das kann man sich jetzt doch viel besser vorstellen. 1 Halbes ist viel klarer und einfacher als 6 Zwölftel. Man nennt dieses Einfacher-Machen: das **Kürzen von Brüchen**.

Kürzen

Schau dir das Beispiel von oben nochmal an:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{6}{12}$$

Achte dabei auf den orange hinterlegten Bruch.

Oben (im Zähler) steht: 2 mal 3

Unten (im Nenner) steht: 3 mal 4

Du hast schon gelernt, dass der Bruch größer wird, wenn die Zahl oben (im Zähler) größer wird; und genauso wird er kleiner, wenn die Zahl unten (im Nenner) größer wird.

Jetzt rufe dir in Erinnerung: Wenn du eine Zahl mit einer anderen multiplizierst, dann wird sie doch um genau so viel größer! Also: 2 mal 3 ist genau 3 Mal größer als 2; und 3 mal 4 ist genau 3 Mal größer als 4.

Also hebt sich das Größerwerden oben und unten gegenseitig auf!

Allgemein gesagt:

Wenn du im Zähler zwischen den Zahlen nur Malpunkte hast und im Nenner auch, dann kannst du gleiche Zahlen oben und unten einfach streichen und durch eine 1 ersetzen!

Anmerkung für die Mathematiker unter uns: eigentlich werden die Zahlen oben und unten durch dieselbe Zahl geteilt, was dann sowohl oben, als auch unten eine 1 ergibt:

$$\frac{2 \cdot 3^{\div 3}}{3^{\div 3} \cdot 4} = \frac{2 \cdot 1}{1 \cdot 4} = \frac{2}{4}$$

Regelblatt – Brüche, Multiplikation und Kürzen von Brüchen (Seite 4 / 6)

$$\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{2 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot 4} = \frac{2 \cdot 1}{1 \cdot 4} = \frac{2}{4}$$

Es bleibt also noch 2 Viertel übrig.

Aber auch dieser Bruch kann wieder gekürzt werden, denn die 4 im Nenner kann ja auch so dargestellt werden:

$$\frac{2}{4} = \frac{2}{2 \cdot 2}$$

Und dann gibt es doch oben und unten je eine 2, oder? Ja klar – die können gekürzt werden:

$$\frac{\cancel{2}}{2 \cdot \cancel{2}} = \frac{1}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$$

Oft sind ja größere Zahlen aus kleineren Zahlen zusammengesetzt. Z. B.: $4 = 2$ mal 2 ; oder $9 = 3$ mal 3 ; oder $8 = 2$ mal 2 mal 2 . Man muss sich eigentlich nur beim Einmaleins auskennen, um darauf zu kommen.

Beim Kürzen versuchst du eigentlich nur, die Zahlen eines Bruchs dadurch zu vereinfachen, indem du die größeren Zahlen in ihre Bestandteile zerlegst (z. B. statt $4 \rightarrow 2$ mal 2 schreibst) und dann gleiche Zahlen im Zähler und Nenner durch eine 1 ersetzt.

Dieses Vorgehen beim Kürzen nennen die Mathematiker: **Faktorenzerlegung**.

Manchmal allerdings lassen sich auch größere Zahlen nicht zerlegen. z. B. die 13 oder die 17 . Die sind auf keiner Einmaleinsreihe zu finden. Es handelt sich um „Primzahlen“.

So – jetzt hast du alle Voraussetzungen, um dich an die Aufgaben zu machen. Vereinfache also die Zahlen der Brüche, indem du sie – wenn möglich – in ihre Bestandteile zerlegst (Faktorenzerlegung) und dann kürzt!

Löse die Aufgaben in deinem Rechenheft und schaue erst dann zu den Lösungen, wenn du einen Aufgabenblock (Aufgaben I oder Aufgaben II) ganz ausgerechnet hast oder zwischendurch einmal sichergehen willst, dass du noch auf dem richtigen Dampfer bist ...

Regelblatt – Brüche, Multiplikation und Kürzen von Brüchen (Seite 5 / 6)

Aufgaben I

Schreibe die Aufgaben in dein Heft und löse sie dort!

a) $3 \cdot \frac{3}{17} =$	b) $3 \cdot \frac{4}{13} =$	c) $3 \cdot \frac{5}{16} =$	d) $3 \cdot \frac{7}{28} =$
e) $2 \cdot \frac{3}{8} =$	f) $\frac{4}{15} \cdot 3 =$	g) $4 \cdot \frac{5}{30} =$	h) $6 \cdot \frac{6}{42} =$
i) $4 \cdot \frac{5}{22} =$	j) $\frac{4}{30} \cdot 6 =$	k) $8 \cdot \frac{3}{44} =$	l) $10 \cdot \frac{2}{60} =$
m) $2 \cdot \frac{2}{4} =$	n) $4 \cdot \frac{3}{72} =$	o) $4 \cdot \frac{5}{32} =$	p) $5 \cdot \frac{7}{91} =$
q) $\frac{2}{74} \cdot 12 =$	r) $\frac{3}{84} \cdot 14 =$	s) $6 \cdot \frac{5}{105} =$	t) $\frac{7}{63} \cdot 8 =$

Aufgaben II

Schreibe die Aufgaben in dein Heft und löse sie dort!

a) $\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5} =$	b) $\frac{4}{6} \cdot \frac{9}{8} =$	c) $\frac{7}{9} \cdot \frac{12}{11} =$	d) $\frac{10}{12} \cdot \frac{15}{14} =$
e) $\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} =$	f) $\frac{7}{22} \cdot \frac{11}{7} =$	g) $\frac{8}{5} \cdot \frac{5}{24} =$	h) $\frac{7}{6} \cdot \frac{3}{14} =$
i) $\frac{7}{10} \cdot \frac{11}{14} =$	j) $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{5} =$	k) $\frac{12}{6} \cdot \frac{5}{11} =$	l) $\frac{5}{41} \cdot \frac{7}{2} =$
m) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} =$	n) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} =$	o) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} =$	p) $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} =$
q) $\frac{3}{15} \cdot \frac{16}{12} \cdot \frac{10}{8} =$	r) $\frac{4}{8} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{4}{6} =$	s) $\frac{5}{14} \cdot \frac{49}{20} \cdot \frac{8}{30} =$	t) $\frac{32}{21} \cdot \frac{14}{40} \cdot \frac{10}{5} =$

Regelblatt – Brüche, Multiplikation und Kürzen von Brüchen (Seite 6 / 6)

Lösungen

1a) $\frac{9}{17}$

b) $\frac{12}{13}$

c) $\frac{15}{16}$

d) $\frac{21}{28} = \frac{3}{4}$

e) $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

f) $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

g) $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

h) $\frac{36}{42} = \frac{6}{7}$

i) $\frac{20}{22} = \frac{10}{11}$

j) $\frac{24}{30} = \frac{4}{5}$

k) $\frac{24}{44} = \frac{6}{11}$

l) $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$

m) $\frac{4}{4} = 1$

n) $\frac{12}{72} = \frac{1}{6}$

o) $\frac{20}{32} = \frac{5}{8}$

p) $\frac{35}{91} = \frac{5}{13}$

q) $\frac{12}{74} = \frac{6}{37}$

r) $\frac{42}{84} = \frac{1}{2}$

s) $\frac{30}{105} = \frac{2}{7}$

t) $\frac{56}{63} = \frac{8}{9}$

2a) $\frac{1 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{4 \cdot 9}{6 \cdot 8} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{7 \cdot 12}{9 \cdot 11} = \frac{28}{33}$

d) $\frac{10 \cdot 15}{12 \cdot 14} = \frac{25}{28}$

e) $\frac{4 \cdot 3}{3 \cdot 4} = 1$

f) $\frac{7 \cdot 11}{22 \cdot 7} = \frac{1}{2}$

g) $\frac{8 \cdot 5}{5 \cdot 24} = \frac{1}{3}$

h) $\frac{7 \cdot 3}{6 \cdot 14} = \frac{1}{4}$

i) $\frac{7 \cdot 11}{10 \cdot 14} = \frac{11}{20}$

j) $\frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 5} = \frac{21}{25}$

k) $\frac{12 \cdot 5}{6 \cdot 11} = \frac{10}{11}$

l) $\frac{5 \cdot 7}{41 \cdot 2} = \frac{35}{82}$

m) $\frac{1}{24}$

n) $\frac{1}{120}$

o) $\frac{8}{27}$

p) $\frac{27}{64}$

q) $\frac{1}{3}$

r) $\frac{3}{2 \cdot 4 \cdot 2} = \frac{3}{16}$

s) $\frac{7}{2 \cdot 15} = \frac{7}{30}$

t) $\frac{4 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{16}{15} = 1 + \frac{1}{15}$